<u>Секция “Изток” – СМБ</u>

КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 08.12.2007г.

12 клас

<u>Времето за решаване е 120 минути.</u>

<u>Организаторите Ви пожелават успех!</u>

Име...училище.......................град.....................

ПЪРВА ЧАСТ

Всяка задача има само един верен. “Друг отговор ” се приема за решение само при отбелязан верен резултат.

Задачите се оценяват с по 2 точки:

1 зад. Решенията на неравенството $\frac{x+1}{2x-1} \geq 1$ са от интервала:

а) $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$ б) $\left(\frac{1}{2}; 2\right]$ в) $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$ г) $\left[\frac{1}{2}; 2\right)$

2 зад. Ако $A = \sqrt[3]{\frac{25}{4}}$ и $B = \sqrt[5]{\frac{125}{8}}$, то е вярно, че:

а) $A = B$ б) $A > B$ в) $A < B$ г) не могат да се сравнят

3 зад. Решенията на уравнението $3x + |x| = 2$ са:

а) $0;\ 0,5$ б) 1 в) $0,5$ г) $0,5;\ 1$

4 зад. Корените на уравнението $8^{2x} - 8^{x+1} - 8^{x} + 8 = 0$ са:

а) $2;\ 4$ б) $1;\ 2$ в) $1;\ 3$ г) друг отговор

5 зад. Броят на реалните решения на системата $\left|\begin{array}{l} x^2 + y^2 = 23 \\ xy = 1 \end{array}\right.$ е:

а) 1 б) 2 в) 3 г) друг отговор

6 зад. Корените на уравнението $log_8\left(1-x^2\right) = 2\,log_{64}\,x$ са:

а) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ б) $\frac{-\sqrt{5}-1}{2}$ в) $\frac{\sqrt{5}-1}{2};\frac{-\sqrt{5}-1}{2}$ г) друг отговор

7 зад. В ΔABC медианите AD и BE са взаимно перпендикулярни. Ако дължините на страните AC и BC са съответно *3 см* и *4 см*, то дължината на страната AB е равна на:

а) $\sqrt{15}$ б) $\sqrt{10}$ в) $\sqrt{5}$ г) друг отговор

8 зад. Радиусите на две пресичащи се окръжности са съответно *13 см* и *15 см*, а дължината на общата им хорда е *24 см*. Ако центърът на всяка от двете окръжности е външна точка за другата окръжност, то разстоянието между центровете е равно на:

а) *14 см* б) *28 см* в) *30 см* г) друг отговор

9 зад. За геометрична прогресия, състояща се от седем члена, сумата на първите три от тях е *0,875*, а сумата на последните три е равна на *14*. Четвъртият член на тази прогресия е равен на

а) 1 б) $-\frac{7}{3}$ в) 0 г) друг отговор

10 зад. Радиусът на окръжността, описана около ΔABC е *6 см*, $\angle A = 70^0$ и $\angle C = 80^0$. Дължината на ъглополовящата на $\angle C$ е равна на:

а) *4 см* б) *6 см* в) *10 см* г) друг отговор

11 зад. Трицифрено число е по-голямо от 500 и по-малко от 600. Ако то е 64 пъти по-голямо от сбора на цифрите си, то числото е:

а) *532* б) *521* в) *523* г) друг отговор

12 зад. Правоъгълен триъгълник има лице *116 см*^{2}, а катетите му се отнасят както $3 : 7$. Височината към хипотенузата го разделя на два триъгълника. Лицата на тези триъгълници са равни на:

а) *18см*^{2} *и 98см*^{2} б) *52см*^{2} *и 64см*^{2} в) *33,8см*^{2} *и 82,2см*^{2} г) друг отговор

ВТОРА ЧАСТ

Следващите две задачи са със свободен отговор, който трябва да се напише.
Задачите се оценяват с по 3 точки:

1 зад. Да се намерят корените на уравнението на уравнението $sin^3 x - cos^3 x = sin^2 x - cos^2 x$ за $x \in \left(0^0 ; 60^0\right)$.

Отговор:...

2 зад. В правоъгълен триъгълник, периметърът на който е 36 см, е вписана окръжност.Допирната точка на окръжността с хипотенузата я дели в отношение $2 : 3$. Да се намери дължината на хипотенузата на триъгълника.

Отговор:...

ТРЕТА ЧАСТ

На следващите три задачи трябва да се опише решението.
Задачите се оценяват с по 10 точки:

1 зад. Да се реши уравнението $\sqrt{x-3} = \sqrt{6-x} - 1$.

2 зад. За кои стойности на реалният параметър p уравнението $(p-1)x^2 - 2px + p + 3 = 0$ има два реални корена, за които е вярно неравенството $x_1^2 + x_2^2 \geq 4$?

3 зад. Даден е квадрат $ABCD$ със страна a, в който т. N е среда на BC, $M \in CD$ и $CM : MD = 2 : 1$. Да се намери лицето на петоъгълника, ограничен от правите BC, CD, AN, AM и BD.